

# Evaluation des incertitudes de mesure sur une machine à mesurer tridimensionnelle: Nouvelle méthode d'estimation des paramètres de surface et incertitudes associées

A.JALID<sup>a, c</sup>, S.HARIRI<sup>b</sup>, J. P.SENELAER<sup>a</sup>, A.EL GHARAD<sup>c</sup>

*a. Ecole Supérieure de Métrologie, Ecole des Mines de Douai*

*b. Département Technologie des Polymères et Composites & Ingénierie Mécanique Ecole des Mines de Douai, 941 rue Charles Bourseul 59500 Douai France  
(jalid, hariri, senelaer)@ensm-douai.fr*

*c. Département Génie Mécanique, Ecole Normale Supérieure d'Enseignement Technique (ENSET) de Rabat, Avenue de l'Armée Royale, Madinat Al Irfane, 10100 Rabat Maroc*

## Résumé :

*L'estimation de l'incertitude de mesure sur une machine à mesurer tridimensionnelle est une procédure assez délicate compte tenu de la diversité des paramètres mis en jeu. A partir d'un nuage de points prélevé sur une surface appartenant à une pièce mécanique, les logiciels de ces machines procèdent à une identification de l'élément palpé. Les paramètres de cet élément identifié servent dans la phase de calcul à estimer le défaut de forme de l'élément mesuré.*

*Notre article présente une nouvelle méthode d'identification des éléments, cette méthode intègre l'incertitude sur les coordonnées des points saisis, et peut être appliqué dans n'importe quel repère.*

*La validation de cette méthode a été effectuée avec succès selon la norme ISO 10360-6, et confirmé par une campagne d'essais expérimentaux.*

## Abstract:

*The evaluation of the measure uncertainty on a coordinate measuring machine is a delicate enough procedure considering the diversity of the parameters bet in game. From a cloud of points taken from a surface belonging to a mechanical parts, the software of these machines proceed to an identification of the measured element, the parameters of this element identified serve in the phase of calculation to estimate the defect of shape of the measured element.*

*Our article presents a new method of identification of the elements, this identification integrates the uncertainty on the coordinates of the measured points and can be applied in any reference placemark*

*The validation of this method was carried out successfully according to the standard ISO 10360-6, and confirmed by experimental tests*

**Mots clefs:** Machine à Mesurer Tridimensionnelle, incertitude MMT, Régression distance orthogonale.

**Keywords:** Coordinate Measuring Machine, uncertainty CMM, Orthogonal distance regression

## 1. Introduction

En métrologie tridimensionnelle, l'outil privilégié de contrôle est actuellement la machine à mesurer tridimensionnelle (MMT). A partir d'un nuage de points prélevé sur une courbe (ou surface) réelle, le logiciel de la machine procède à une identification de l'élément palpé. Cette opération consiste à associer une courbe (ou surface) théorique au nuage de points palpés, les critères d'association les plus utilisés sont : le critère des moindres carrés ou le critère de Tchebychev. Les géométries les plus rencontrées dans ce domaine sont la droite, le plan, le cercle, le cylindre, la sphère et le cône.

De nombreux travaux [5] [11] [1] ont porté sur ce problème et les algorithmes standards des moindres carrés supposent que les coordonnées des points palpés sont non entachées d'erreurs (leur distribution est supposée à variance nulle), et se limite le plus souvent à l'estimation des paramètres des éléments géométriques associés.

Cet article présente une nouvelle méthode d'estimation des paramètres des courbes (ou surfaces) et leurs incertitudes, en tenant compte des incertitudes sur les coordonnées des points palpés, le critère d'association utilisé est celui des moindres carrés. Cette estimation des paramètres se fait sans l'hypothèse des petits déplacements et peut être appliquée dans n'importe quel repère.

## 2. Modélisation du problème

Le problème d'association de courbes ou de surfaces idéales à un nuage de points, est un problème très courant dans les disciplines scientifiques et d'ingénierie. A partir d'un relevé de  $n$  points on cherche un modèle qui s'écrit sous la forme :

- Dans le cas classique on suppose que les observations sont entachées d'erreurs, le modèle est alors de la forme :

$$y_i = f(x_i; \beta) - \varepsilon_i \quad i=1, \dots, n \quad (1)$$

Où  $x_i$  : variable dite explicative

$y_i$  : variable expliquée ou observée

$\beta$  : paramètres

Le critère des moindres carrés ordinaires OLS (Ordinary Least Squares) consiste à résoudre le problème suivant :

$$\min_{\beta} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [f(x_i; \beta) - y_i]^2 \quad (2)$$

Ceci traduit la minimisation des sommes des carrées des distances verticales entre les points mesurés et les points appartenants au modèle recherché.

- Mais lorsque les variables explicatives sont aussi aléatoires, on fait appel à la méthode de régression de la distance orthogonale (ODR : Orthogonal Distance Regression).

En métrologie on considère que toutes les variables  $x_i$  et  $y_i$  sont affectées respectivement d'une erreur  $\delta \in R^1$  et  $\varepsilon \in R^1$ . Le modèle représentatif s'écrit :  $y_i = f(x_i + \delta_i; \beta) - \varepsilon_i$  (3)

Le problème consiste alors à chercher les paramètres  $\beta$  qui permettent de minimiser la somme des carrés des distances orthogonales entre les points mesurés et le modèle théorique.

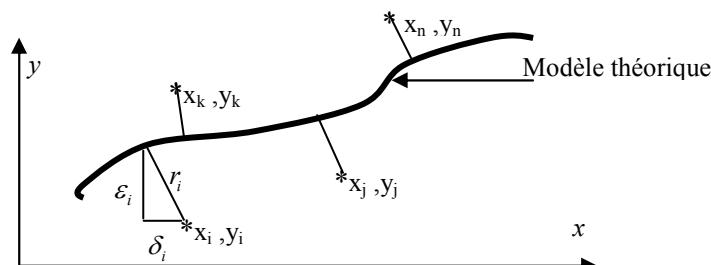


Figure 1. Regression en distance orthogonale

Avec  $r_i$  la distance du point mesuré de coordonnées  $(x_i, y_i)$  au modèle recherché. Le problème peut se mettre sous

la forme :

$$\begin{cases} \min_{\beta, \delta, \varepsilon} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\omega_{\varepsilon_i} \varepsilon_i^2 + \omega_{\delta_i} \delta_i^2) \\ \text{Avec les contraintes :} \\ y_i + \varepsilon_i = f(x_i + \delta_i; \beta) \end{cases} \quad i=1, \dots, n \quad (4)$$

Où  $\omega_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$  une pondération introduite pour compenser le cas où la précision de mesure n'est pas la même pour tous les points.

Dans le cas d'un modèle implicite toutes les variables sont considérées comme des variables explicatives, le problème se met sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \min_{\beta, \delta} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\omega_{\delta_i} \delta_i^2) \\ \text{Avec les contraintes : } f(x_i + \delta_i; \beta) = 0 \end{cases} \quad i=1, \dots, n \quad (5)$$

Généralisons la formulation (5) au cas de plusieurs variables explicatives  $x_i \in R^m$ , avec  $m \geq 1$ , et plusieurs fonction de sorties modélisées par :  $f_i : R^{p+m} \rightarrow R^q$

Avec  $p$  : le nombre de paramètres  $\beta$ . Le problème à résoudre est alors exprimé par :

$$\begin{cases} \min_{\beta, \delta} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [\delta_i^T] [\omega_{\delta_i}] [\delta_i] \\ \text{Avec les contraintes :} \\ \left. \begin{aligned} f1_i(x_i + \delta_i; \beta) &= 0 \\ f2_i(x_i + \delta_i; \beta) &= 0 \\ \vdots \\ fq_i(x_i + \delta_i; \beta) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad i=1, \dots, n \end{cases} \quad (6)$$

Avec :

$[\delta_i]$  : Le vecteur dont les éléments représentent les écarts suivant  $x_i$  entre les points mesurés et les points appartenant au modèle.

$[\omega_{\delta_i}]$  : La matrice des pondérations d'ordre  $(m, m)$  des variables explicatives.

$[fq_i]$  : La valeur donnée par l'équation de sortie  $q$  à la  $i$ ème observation.

On note par  $G(\eta)$  le vecteur des résidus dont le  $i$ ème élément est défini par :

$$G_i(\eta) = \begin{cases} f_i(x_i + \delta_i; \beta) & i = 1, \dots, n \\ \delta_{i-n} & i = n+1, \dots, 2n \end{cases}$$

La matrice de variance covariance des paramètres estimés est donnée par :  $\hat{V} = \sigma^2 \left[ G^*(\hat{\eta})^T \Omega G^*(\hat{\eta}) \right]^{-1} \quad (7)$

Où  $\Omega$  est une matrice des pondérations.

Et la variance résiduelle est estimée par  $\sigma^2 = \left[ G^*(\hat{\eta})^T \Omega G^*(\hat{\eta}) \right] / (n-p) \quad (8)$

La matrice des variances et covariances se met finalement sous la forme  $\hat{V} = \begin{pmatrix} \hat{V}_\beta & \hat{V}_{\beta\delta} \\ \hat{V}_{\delta\beta} & \hat{V}_\delta \end{pmatrix} \quad (9)$

Avec  $\hat{V}_\beta$  la matrice la plus utile dans la pratique, cette matrice d'ordre  $(p, p)$  dont les termes diagonaux représentent les variances des paramètres  $\beta$ , et les termes non diagonaux représentent les covariances entre les paramètres. L'algorithme de cette méthode est implanté dans la librairie ODRPACK [4] [16]. La solution du problème est cherchée par calcul itératif selon une méthode d'optimisation dite de Levenberg Marquard (région de confiance) [9] [13].

### 3. Application en métrologie tridimensionnelle

Le paramétrage des éléments géométriques de base : la droite le plan, le cercle, le cylindre, la sphère et le cône, nous a conduit à traiter un problème d'optimisation non linéaire à variables stochastiques sauf pour la droite et le plan où le modèle est linéaire.

Le paramétrage choisi pour les éléments géométriques associés (EGA) est le même que celui décrit dans la norme ISO 10360-6 [8]. On donne sur la figure 2 les entrées sorties du modèle traité :

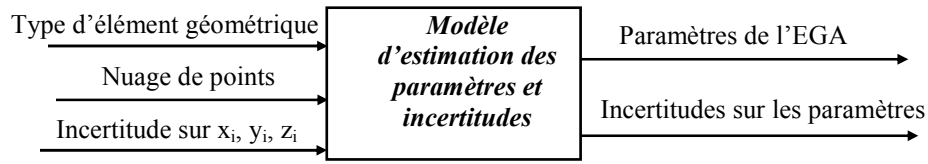


Figure 2. Entrées- Sorties du Modèle

### 3.1. Paramétrage d'un élément : cas du cercle

Soit un cercle C, de centre A  $(x_A, y_A, z_A)^T$  et de rayon R, appartenant à un plan de normale le vecteur unitaire  $\vec{n}$  (figure 3).

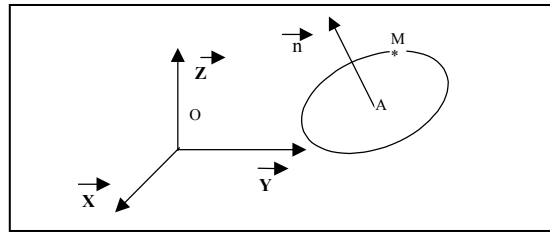


Figure 3. Paramétrage d'un cercle

L'ensemble des points M de coordonnées  $(x_M, y_M, z_M)^T$  appartenant à ce cercle vérifie :

$$\begin{cases} \vec{AM} \cdot \vec{n} = 0 \\ \|\vec{AM}\| = R \end{cases}$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} (x_M - x_A).n_x + (y_M - y_A).n_y + (z_M - z_A).n_z = 0 \\ (x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2 + (z_M - z_A)^2 - R^2 = 0 \\ avec \quad n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Où  $n_x, n_y$ , et  $n_z$  représentent les cosinus directeurs du vecteur normal  $\vec{n}$ . Le vecteur des paramètres à chercher est  $\beta = (x_A, y_A, z_A, n_x, n_y, n_z, R)$ , Le système d'équations (10) a été introduit dans l'algorithme sous sa forme implicite.

### 3.2. Incertitude type sur les coordonnées des points

L'incertitude d'acquisition d'un point est en général non constante et dépend de la position du point dans le volume du travail, l'évaluation de cette incertitude nécessite des essais de répétabilité et de reproductibilité ce qui est une procédure compliquée et demande une bonne connaissance de sa machine, des simplifications peuvent être faites

dans un premier temps, une des relations communément utilisées d'après [7] est de la forme :  $u = \frac{\sqrt{(a^2 + (b.L)^2)}}{k}$

Où a et b sont des constantes données par le constructeur, et k le fractile défini par la loi de distribution choisie. Cette incertitude type est définie pour chaque axe de la machine, et en faisant l'hypothèse que la distribution de ces erreurs suit une loi normale de moyenne nulle et d'écart type  $\sigma = u$  on aura :  $\sigma_x$  comme écart type de la distribution suivant l'axe x,  $\sigma_y$  pour l'axe y et  $\sigma_z$  pour l'axe z. Ceci est schématisé sur la figure 4.

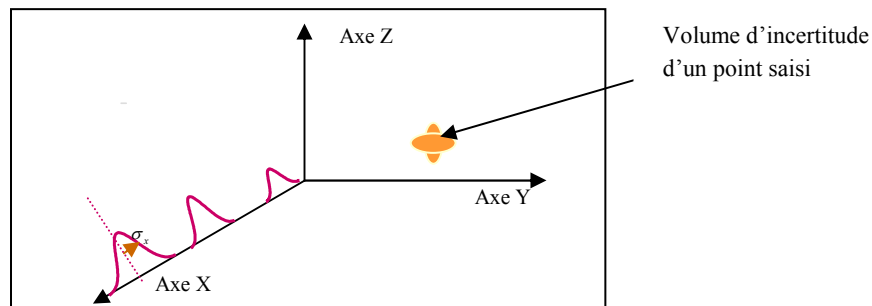


Figure 4. Volume d'incertitude associé à un point saisi

La pondération est introduite pour compenser le cas où la précision de mesure n'est pas la même pour tous les points, c'est bien le cas sur une MMT puisque l'incertitude sur les coordonnées dépend de la valeur lue sur les règles de la machine.

Pour chaque point mesuré de coordonnée  $(x_i, y_i, z_i)^T$  on applique une pondération  $\omega_i$ , et pour chaque observation  $i$

on aura une matrice de pondération d'ordre (3,3) de la forme :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{x_i}^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{y_i}^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{z_i}^2} \end{bmatrix}$$

#### 4. Algorithme proposé

Après une modélisation des différentes géométries de base, un programme informatique a été développé en visual C++ permettant l'interfaçage avec la librairie ODRPACK. On propose ci-dessous l'algorithme qui traduit la démarche suivie.

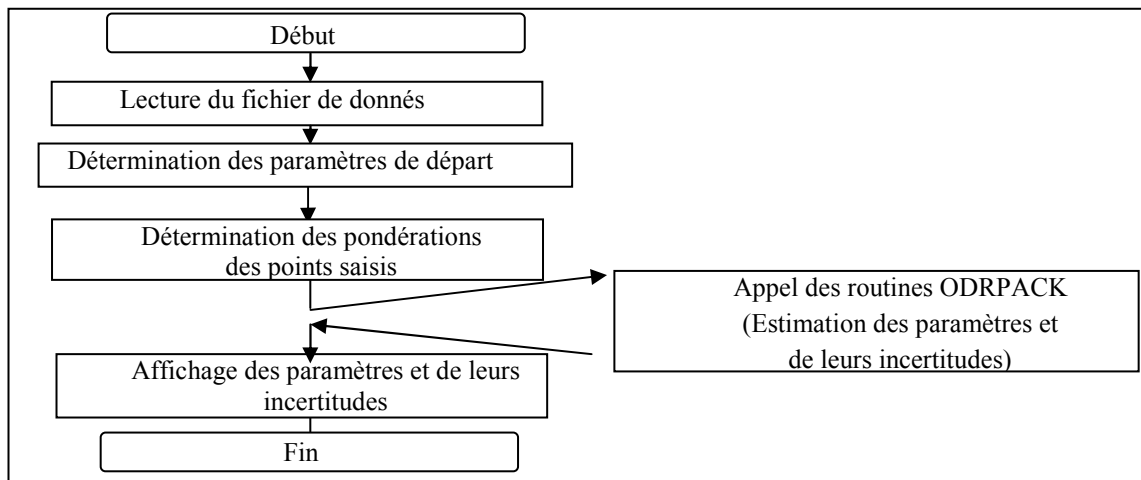


Figure 5. Algorithme développé

La première phase de cet algorithme (figure 5) consiste à lire le fichier de données, ce fichier contiendra les coordonnées des points palpés. Une étape de détermination des paramètres de départ permet de se rapprocher de la solution afin d'éviter les optimums locaux. Après on associe une pondération aux coordonnées x, y et z, et enfin on fait appel aux routines de la régression en distance orthogonale, ce qui permet d'estimer les paramètres de l'élément géométrique associé et leurs incertitudes.

#### 5. Validation du modèle selon la norme ISO 10360- 6

La norme ISO 10360-6 [8] préconise pour la validation de logiciel une méthode d'essai de logiciels utilisés pour le calcul des éléments associés (EGA) à partir des mesures par coordonnées. Cette démarche peut être résumée comme suit :

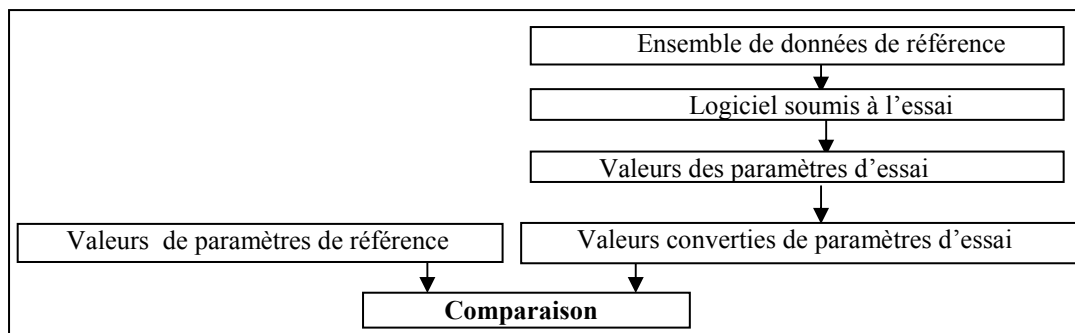


Figure 6. Démarche de validation selon la Norme ISO 10360- 6

A partir d'un ensemble de données de référence, on estime les paramètres des EGA par le logiciel soumis à l'essai. On obtient ainsi un ensemble de valeurs de paramètres, ces paramètres seront convertis pour être au même ordre

que ceux de référence. L'étape finale consiste à comparer les résultats obtenus et ceux de référence. Cette démarche est symbolisée par la figure 6.

Pour chaque élément géométrique étudié le PTB [15] donne un nuage de points prélevé sur cet élément et les paramètres correspondants. Ces données (nuage, paramètres) sont considérées comme des valeurs de référence. Le choix de ces données met en évidence les problèmes les plus souvent rencontrés en optimisation (convergence, optimum local, temps de calcul etc...).

Les écarts par rapport aux valeurs de référence peuvent être classés en 4 catégories, le logiciel est considéré apte à une certification si tous les écarts observés se situent dans la catégorie 1, si on se trouve dans les catégories 2 à 4 le logiciel doit faire l'objet d'une amélioration.

A partir des nuages de points fournis par le PTB [15] et pour chaque géométrie étudiée nous avons appliqué la démarche de l'ISO [8]. La figure 7 reprend les résultats obtenus :

	Résultats de référence PTB			Résultats obtenus			Ecart		
<b>Droite b1</b>									
point moyen	38,33044	-281,24709	872,14628	38,33044	-281,24709	872,14628	0	0	0
cosinus directeurs	0,3641747834	0,9313299998	-0,0010763874	0,3641747795	0,9313300012	-0,0010763872	3,9E-09	1,4E-09	2E-10
<b>Plan b5</b>									
point moyen	872,79475	-472,46929	-24,30637	872,79475	-472,46929	-24,30637	0	0	0
cosinus directeurs	0,9999874020	0,0017629300	0,0046997210	0,9999874019	0,0017629298	0,0046997210	1E-10	2E-10	0
<b>Cercle b9</b>									
point: centre	1,08948	2073,66948	992,51861	1,08948	2073,66948	992,51861	0	0	0
Cosinus directeurs	-0,0000979482	-0,0000974704	0,9999999905	0,0000979484	0,0000974705	-0,9999999904	2E-10	1E-10	1E-10
rayon	82,08164			82,08163			1E-05		
<b>Cylindre b16</b>									
point moyen	1074,77487	335,56500	898,55877	1074,77486	335,56500	898,55877	1E-05	0	0
cosinus directeurs	-0,9998034701	0,0197576738	0,0016295765	-0,9998034700	0,0197576761	0,0016295778	1E-10	2,3E-09	1,3E-09
rayon	143,74430			143,74430			0		
<b>Sphère b38</b>									
point: centre	377,45924	665,10664	128,75762	377,45924	665,10664	128,75762	0	0	0
rayon	52,36753			52,36753			0		
<b>Cône b36</b>									
point	-55,56612	498,84111	12,71653	-55,56611	498,84113	12,71654	1E-05	2E-05	1E-05
cosinus directeurs	-0,0112570229	0,0052237688	0,9999229929	-0,0112597716	0,0052246077	0,9999229576	2,77E-06	8,37E-07	3,24E-08
Apex	10,0505			10,05055			5E-05		
rayon	26,06722			26,0672			2E-05		

Figure 7. Comparaison entre les résultats trouvés et ceux du PTB

La première colonne (figure 7) correspond aux paramètres de chaque entité géométrique, qui sont : le point moyen du nuage, les cosinus directeurs d'un vecteur, le rayon ou un angle (cas du cône noté apex).

Les résultats du PTB sont donnés sur les colonnes 2, 3, 4. Dans les colonnes 5, 6, 7 on affiche les résultats trouvés par notre logiciel, puis les colonnes suivantes donnent les écarts observés entre les deux résultats.

Nous avons traité les 44 fichiers test du PTB, les écarts maximums constatés par rapport aux valeurs de référence nous classent dans la catégorie 1.

Pour les cônes mesurés partiellement, on se classe dans la catégorie 2. Cet écart provient principalement du choix du vecteur de départ, lorsque ce vecteur n'est pas bien choisi, la solution converge vers un optimum local. Un nouveau algorithme de calcul est en cours de développement pour pallier cet écart.

## 6. Validation expérimentale

Cette validation consiste à réaliser une série de mesure de pièces étalons ou des pièces industrielles sur une machine à mesurer tridimensionnelle. Les nuages de points prélevés seront traités par notre logiciel et les résultats obtenus comparés à ceux fournis par les fiches d'étalonnage des différents étalons, et aux résultats calculés par le logiciel Metrolog disponible sur la machine.

Machine et conditions d'essais :

- MMT à portique mobile SEIV 13-08-06 (figure 8). Capacité X= 1000 mm, Y=600 mm, Z= 400 mm avec Tête PH9. Ecart maximal toléré sur les longueurs =  $\pm (4.5 + L/200)$  avec L en mm.

- Pièces mesurées : Cale étalon, bague étalon, sphère d'étalonnage, pièces industrielles.

- Type de palpeur : Palpeur TP2
- Milieu : La machine est située dans un local climatisé, la température est réglée à  $20^{\circ}\pm 1^{\circ}\text{C}$ .



Figure 8. Machine utilisée

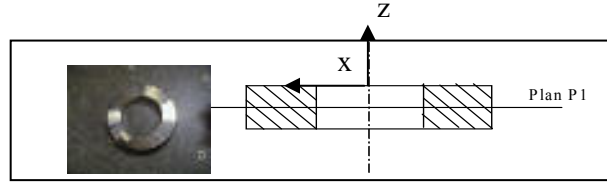


Figure 9. Bague mesurée

Une courbe circulaire mesurée sur une bague étalon de diamètre 88,00088 mm, la bague a été positionnée sur le marbre dont la normale est approximativement parallèle à l'axe z. On a prélevé 16 points sur la courbe nominale circulaire contenue dans le plan P1 (figure 9).

Le traitement du nuage de points prélevés par notre logiciel donne les résultats sur la tableau suivant :

Cercle de rayon R= 44 mm		
	Paramètres en mm	(+/-) Incertitudes en $\mu\text{m}$
<b>xc</b>	0.01036	2.705
<b>yc</b>	0.01236	2.701
<b>zc</b>	-9.99931	2.702
<b>nx</b>	0.0000068242	0.087
<b>ny</b>	-0.0000003425	0.087
<b>nz</b>	-1.0000000000	0.955
<b>Rayon</b>	43.99952	1.911

Analyse des résultats : On constate que les coordonnées du point centre (xc, yc, zc) et la valeur du rayon R obtenus correspondent aux résultats théoriques attendus définissant un cercle de rayon R=44 mm, centré sur le point de coordonnées (0, 0, -10) et appartenant au plan de normale parallèle à l'axe z. L'incertitude élargie des paramètres est donnée avec un facteur d'élargissement k=2.

Application du critère de l'écart normalisé pour la mesure du rayon défini par  $E_n = \frac{|X_{mesure1} - X_{mesure2}|}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2}}$

La fiche d'étalonnage de la bague nous donne :

Etalonnage d'une bague lisse par comparaison interférométrie				
N° Serie	Diamètre nominal en mm	d1(mm)	d2(mm)	Incertitude( $\mu\text{m}$ )
P34439	88,0013	88.00088	88.00126	0.42

Le calcul de l'écart normalisé donne  $E_n = 0.527$ . Cette méthode considère que si  $E_n < 1$ , l'écart est jugé non significatif.

On peut conclure que l'écart entre la valeur du rayon estimé par notre démarche, et la valeur du rayon donné par le certificat d'étalonnage est jugée non significatif. Et par comparaison aux résultats fournis par le logiciel Metrolog (figure 10), on constate que les paramètres de l'élément géométrique associé sont correctement estimés.

Le diamètre	DIAM	87,9980
Le rayon	RAY	43,9990
Position du point centre	X	-0,0060
	Y	-0,0010
	Z	-10,0000

Figure 10. Résultats du logiciel Metrolog

## 7. Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté une nouvelle méthode d'identification des surfaces, qui nous permet à partir d'un nuage de points appartenant à une pièce mécanique, prélevé sur une machine à mesurer tridimensionnelle d'estimer les paramètres de l'élément géométrique associé et leurs incertitudes. Le critère d'association utilisé est celui des moindres carrés. Cette estimation tient en compte des incertitudes sur les coordonnées des points palpés, et peut se faire dans n'importe quel repère.

Afin de respecter les directives normatives [14] qui exige que chaque mesure doive être accompagnée de son incertitude, l'estimation des incertitudes sur les paramètres des éléments géométriques associés est une phase indispensable pour remonter via la loi de propagation des incertitudes à l'incertitude sur la spécification mesurée, qu'elle soit de forme, d'orientation ou de position.

## Références

- [1] Ahn Sung Joon., Rauh Wolfgang., and Hans-, Least squares orthogonal distance fitting of cercle sphere, hyperbola, and parabola, Article Pergamon 2001.
- [2] Ahn Sung Joon., Least Squares Orthogonal Distance Fitting of Curves and Surfaces in Space, livre, Edition Springer, 2004.
- [3] Boggs Paul T., Byrd Richard H., Janet E.Rogers and Schnabel Robert B., Users Reference Guide for ODRPACK version 2.01, Software for Weightes Orthogonal Distance Regression, 1992.
- [4] Boggs Paul T., Byrd Richard H., Schnabel Robert B., A stable And Efficient Algorithm for Nonlinear Orthogonal Distance Regression, SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing, 1987, p.1052-1078.
- [5] Bourdet Pierre., Contribution à la mesure tridimensionnelle : modèle d'identification géométrique ; correction des machines à mesurer ; métrologie fonctionnelle des pièces mécaniques, Thèse d'état, 1988.
- [6] Barker R M., M G.Cox, A B.Forbes and P M Harris, Discrete Modelling and Experiemental Data Analysis, Software support for Metroly Best Practice Guide N°4, 2004.
- [7] International Standard Development of Virtual CMM, Final Research Report, the University of Tokyo, JAPAN, mai 2002, page 72.
- [8] ISO 10360-6, Geometrical Product Specification (GPS) - Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM) - Part 6: Estimation of errors in computing Gaussian associated features, 2002.
- [9] Levenberg K., A method for the solution of certain problems in least squares, Quart. Appl. Math., 1944, Vol. 2, pp. 164.168.
- [10] Mathieu Luc., Castang Alain., Contrôle des spécifications par zone de tolérance (ISO 1101): Quantification des erreurs causées par les méthodes de traitement des points mesurés, Communication, Congrès Internationale de Métrologie 1995.
- [11] Mathieu Luc., Nouveau algorithme pour la vérification sur MMT des spécifications géométriques normalisées, Article 8° Congres Internationale de Métrologie, Besancon, 1997.
- [12] Mouvement Français pour la Qualité MFQ., Fiches d'évaluation de l'incertitude de mesure, Norme NFX 07-020, 1998
- [13] Marquardt D., An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, SIAM J. Appl. Math., 1963, Vol. 11, p. 431-441.
- [14] Norme NFX 07- 020, Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure, juin 1996
- [15] PTB., Physikalisch Technische Bundesanstalt, Site internet [www.ptb.de/index\\_en.html](http://www.ptb.de/index_en.html)
- [16] Zwolak Jason W., Boggs Paul T., Watson Layne T., ODRPACK95: A weighted Orthogonal Distance Regression, Article 27, ACM TOMS Vol. 33, No. 4, , August 2007.